

La segunda ley de Newton

Orlando Alvarez-Llamoza

Laboratorio de Física General II, Departamento de Física,
Facultad Experimental de Ciencias y Tecnología, Universidad de Carabobo, Valencia - Venezuela

Se estudia la posición de un sistema compuesto de dos masas como función del tiempo usando un aparato *spark timer*. Empleando la data recolectada, la velocidad instantánea fue aproximada calculando la velocidad promedio en intervalos de tiempo de 1/30 segundos. La aceleración del sistema fue determinada de a partir de la pendiente de un gráfico de la velocidad en función del tiempo. El resultado obtenido para la aceleración $a = 59.1 \pm 1.5 \text{ cm/s}^2$ tiene una discrepancia de 3% con respecto al valor teórico encontrado utilizando la segunda ley de Newton 60.9 cm/s^2 .

I. INTRODUCCIÓN

Las leyes de Newton son tres leyes físicas que forman la base de la mecánica clásica, Ellas describen la relación entre las fuerzas actuando sobre un cuerpo y el movimiento resultante debido a estas fuerzas. Las tres leyes de Newton, o leyes de movimiento fueron compiladas por primera vez por Sir Isaac Newton en su trabajo *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, publicada por primera vez en 1687. Las tres leyes de movimiento pueden ser sumariadas de la siguiente manera [1]:

Primera Ley Todo cuerpo permanece en un estado de velocidad constante (que incluye el reposo: $\vec{V} = 0$), a menos que sobre él actúe una fuerza externa.

Segunda Ley Un cuerpo de masa m sujeto a una fuerza neta $\vec{F}$, posee una aceleración $\vec{a}$ en la misma dirección de la fuerza y una magnitud que es directamente proporcional a esta fuerza e inversamente proporcional a la masa, es decir, $\vec{F} = m\vec{a}$.

Tercer Ley Las fuerzas de interacción de acción y reacción entre dos cuerpos son iguales, opuestas y colineales. Esto implica que cuando un cuerpo ejerce una fuerza $\vec{F}$ sobre un segundo cuerpo, el segundo cuerpo ejercerá una fuerza $-\vec{F}$ igual en magnitud y opuesta en dirección.

Las leyes de movimiento son aplicadas a cuerpos, los cuales son considerados o idealizados como una partícula, en el sentido que su forma o extensión son despreciados en la evolución de su movimiento, es decir, los cuerpos son pequeños comparados con las distancias involucradas en el análisis y la rotación o la deformación de éstos no es considerada.

En este experimento se verifica la segunda ley de Newton para un sistema de masa constante sujeto a la acción de una fuerza externa constante. El valor obtenido experimentalmente se compara con el valor teórico determinado aplicando las leyes de movimiento.

II. OBJETIVOS

El objetivo principal de la práctica consiste en la comprobación experimental de la segunda ley de Newton.

III. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

La segunda ley establece que la fuerza neta sobre una partícula es igual a la tasa de cambio con respecto al tiempo de su momento lineal $\vec{P} = m\vec{V}$ en un marco inercial de referencia:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\vec{V})}{dt}, \quad (1)$$

donde, si se tiene un sistema de masa constante [2, 3], la masa se puede colocar fuera del operador diferencial y ser tomada como un factor constante, así

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{V}}{dt} = m\vec{a}. \quad (2)$$

Cualquier cantidad de masa ganada o perdida por el sistema causará un cambio en el momento que no es el resultado de la interacción de una fuerza externa. En este caso es necesario una ecuación diferente para el sistema de masa variable.

En este experimento se construye un sistema de dos cuerpos de masa M y m respectivamente, unidos por una cuerda que pasa a través de una polea. La masa de la cuerda, la de la polea, y el rozamiento en el eje de la polea son despreciables. El cuerpo de masa M se encuentra sobre un mesón cuya superficie no tiene fricción, y el cuerpo m se encuentra colgado, tal como lo muestra la figura (1). Aplicando un diagrama de cuerpo libre, para el cuerpo M se tienen las siguientes ecuaciones:

$$\sum F_x = T = Ma_x, \quad (3)$$

$$\sum F_y = N - mg = 0, \quad (4)$$

y para el cuerpo m :

$$\sum F_x = 0, \quad (5)$$

$$\sum F_y = T - mg = ma_y, \quad (6)$$

donde T es la tensión en la cuerda y g es la aceleración debida a la fuerza de gravedad.

El sistema de ecuaciones anterior se resuelve tomando en cuenta que $a_x = -a_y$, se elimina la tensión y se obtiene

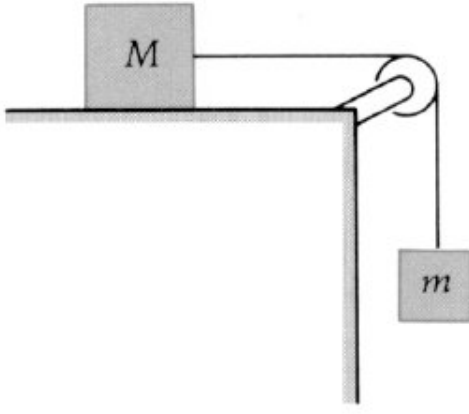


Figura 1: Sistema de dos cuerpos para el experimento de la segunda ley de Newton.

la expresión para la magnitud de la aceleración a de las dos masas,

$$a = \frac{m}{m + M}g. \quad (7)$$

IV. EQUIPOS E INSTRUMENTOS

1. Un *spark timer* con tiempo de marcaje de $1/60$ s.
2. Una balanza mecánica de apreciación 0.02 g.
3. Una cinta métrica de apreciación 0.02 cm.
4. Un cuerpo de masa $M = 154.35 \pm 0.02$ g.
5. Un cuerpo de masa $m = 10.23 \pm 0.02$ g.
6. Una pista de aire.
7. Un cinta de papel de masa despreciable.
8. Una polea con masa y fricción en el eje despreciable.

V. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Para realizar el experimento se hace un montaje como muestra la figura (1). La fuerza es proporcionada por la masa m cayendo en el campo gravitatorio terrestre. La masa M está colocada sobre una pista y es halada por la fuerza transmitida mediante la cinta unida al cuerpo suspendido de masa m . La pista y la polea tienen pequeños orificios por donde se inyecta aire para reducir el efecto de la fricción. Las dos masas se encuentran conectadas por una cinta liviana que pasa por el aparato *spark timer*, y en la cuál se realizan marcas cada $1/60$ s. La figura (2) muestra el aparato *spark timer* utilizado.

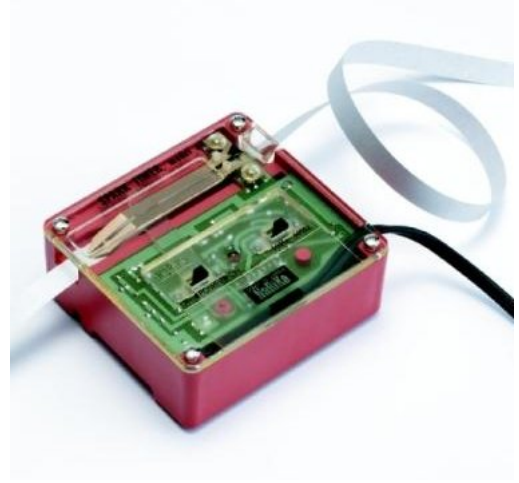


Figura 2: Instrumento spark-timer utilizado en el experimento de la segunda ley de Newton.

La velocidad de la masa M se determina midiendo la distancia entre las marcas realizadas en la cinta y dividiendo esta distancia por el intervalo de tiempo que ha transcurrido entre la creación de las marcas. La posición de las marcas sobre la cinta fueron medidas utilizando una cinta métrica, y la velocidad en las marcas duodécimas fueron estimadas utilizando la fórmula

$$V_i = \frac{\Delta x_i}{\Delta t} = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{\Delta t}, \quad (8)$$

donde Δx_i es el desplazamiento entre un punto previo $i - 1$ y uno sucesivo $i + 1$, y Δt_i es el tiempo correspondiente ($2/60$ s = $1/30$ s). El tiempo requerido por la masa para moverse desde un punto cualquiera hasta otro punto es determinado sabiendo que las marcas están separadas en tiempo por $1/60$ segundos.

A partir de las velocidades obtenidas se realiza un gráfico de la velocidad en función del tiempo. La pendiente del gráfico representa la aceleración constante del sistema.

Finalmente este resultado se compara con el valor teórico predicho por la ecuación (7).

VI. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Las masas del sistema de la figura (1) fueron determinadas por una balanza mecánica; $m = 10.23 \pm 0.02$ g y $M = 154 \pm 0.02$ g. La posición de las marcas sobre la cinta fueron medidas utilizando una cinta métrica con apreciación de 0.02 cm. La tabla I muestra las medidas realizadas del tiempo y la posición. Esta tabla también muestra la velocidad calculada en cada punto duodécimo utilizando la fórmula (8).

La incertidumbre del desplazamiento Δx_i viene dada por $u(\Delta x_i) = u(x_{i-1}) + u(x_{i+1}) = 0.2$ cm + 0.2 cm = 0.4 cm, el del intervalo de tiempo $u(\Delta t) = 1/60$ s, y la de la

Marca i	Marc. tiempo (i/60 s)	Tiempo t_i (s)	x_i ± 0.02 (cm)	Δx_i ± 0.04 (cm)	V_i ± 1.2 (cm/s)
11	11/60	0.183	15.78		
12	12/60	0.200	16.39	1.24	37.2
13	13/60	0.217	17.02		
23	23/60	0.383	24.33		
24	24/60	0.400	25.16	1.67	50.1
25	25/60	0.417	26.00		
35	35/60	0.583	24.33		
36	36/60	0.600	25.16	2.04	61.2
37	37/60	0.617	26.00		
47	47/60	0.783	48.52		
48	48/60	0.800	49.76	2.51	75.3
49	49/60	0.817	51.03		
59	59/60	0.983	64.25		
60	60/60	1.000	65.61	2.79	83.7
61	61/60	1.017	67.04		
71	71/60	1.183	82.22		
72	72/60	1.200	83.82	3.23	96.9
73	73/60	1.217	85.45		

Tabla I: Posición y velocidad del sistema como función del tiempo. $\Delta t_i = 2/60$ s

velocidad es determinada por:

$$\sqrt{u^2(V)} = \left| \frac{\partial V}{\partial(\Delta x)} \right|^2 u^2(\Delta x) + \left| \frac{\partial V}{\partial(\Delta t)} \right|^2 u^2(\Delta t), \quad (9)$$

resultando $u(\Delta V) = 1.2$ cm/s.

Con las velocidades estimadas y el tiempo se construye el gráfico (3). Utilizando el método de los mínimos cuadrados incluido en las herramientas de análisis de data del paquete graficador **Xmgrace**, se determina la ecuación de la recta y las respectivas desviaciones:

$$V(t) = (26. + 59.057t) \text{ m/s},$$

con un coeficiente de correlación de $R = 0.9986$, y donde se identifica la aceleración constante del sistema como la pendiente, cuyo valor con su incertidumbre es $a = (59.1 \pm 1.5) \text{ m/s}^2$.

VII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se realizó el gráfico (3) de la velocidad en función del tiempo. La pendiente de éste gráfico es el valor experimental obtenido de la aceleración del sistema. Se obtuvo el valor de

$$a = (59.1 \pm 1.5) \text{ m/s}^2.$$

Sustituyendo la magnitud de las masas y tomando el valor de $g = 980 \text{ m/s}^2$, el valor de la aceleración predicho teóricamente por la ecuación (7), es de $a = 60.9 \text{ m/s}^2$. El porcentaje de discrepancia entre estos el valor teórico y el experimental es de 3%.

La buena corcondancia entre el valor de la aceleración medido experimentalmente en el sistema y el valor predicho teóricamente utilizando las leyes de movimiento, provee un justificación para la validez de la segunda ley de Newton. Muchas de las diferencias entre el valor experimental y el teórico puede ser atribuido a las incertidumbre en las medidas de las distancias entre las marcas de la cinta. Estas medidas tienen una incertidumbre del orden de ± 0.02 cm. El desplazamiento, utilizando la propagación de la incertidumbre viene dado por la cantidad de ± 0.04 cm. La incertidumbre en la velocidad, calculada a partir de la ecuación (9) es de ± 1.2 cm/s. Para un valor típico de la velocidad esta incertidumbre es del orden del 2%, para la mayoría de las discrepancias. Fuentes de error adicionales incluyen la ubicación incorrecta de las marcas sobre la cinta, debido a que ésta no es siempre perpendicular al aparato spark timer, y también la fricción a lo largo de la pista y en el eje de la polea.

Finalmente, la aceleración calculada teóricamente también tiene una incertidumbre, proporcionada por la incertidumbre en la medida de las masas y en como se determinó el valor de la aceleración de la gravedad.

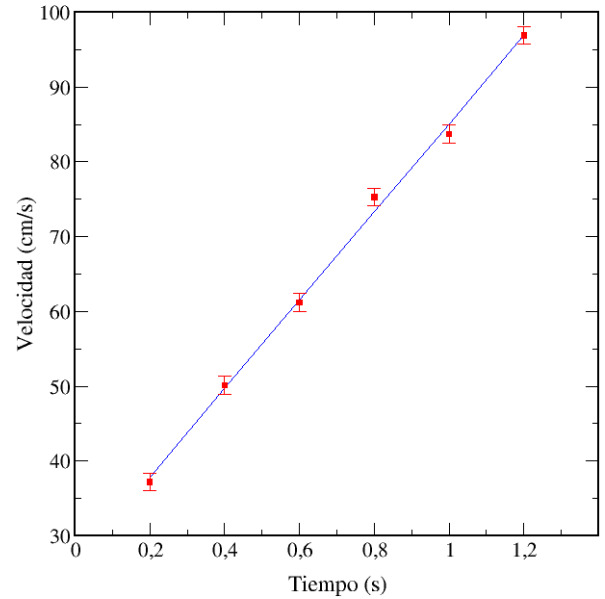


Figura 3: Gráfica de la velocidad en función del tiempo

-
- [1] Halliday D., Resnick R., y Walker J., *Fundamental of Physics*, Wiley (2001).
- [2] Sears F., Zemansky M., Young H., *Física Universitaria*. Addison-Wesley (1988).
- [3] Serway R. y Jewett J., *Física para Ciencias e Ingeniería*, CENGAGE Learnig (2008).